



Matemàtiques II

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent té solució distinta de la trivial:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot x + 2y + z &= 0, \\ 4x + 2m \cdot y + m \cdot z &= 0, \\ 2x + (2m - 2) \cdot y + z &= 0. \end{aligned} \right\}$$

(7 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas (o els casos) en què sigui compatible indeterminat. (3 punts)

2. Determinau el valor de m perquè els punts $A(1, 2, 0)$, $B(0, 3, -1)$, $C(1, 0, 1)$ i $D(-1, 2, m)$ siguin coplanaris (6 punts) i calculau l'equació general del pla que els conté (4 punts).

3. Donada la funció $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$, determinau el valor c que verifica que el pendent de la recta tangent de $f(x)$ a $x = c$ és mínim (6 punts) i calculau la corresponent recta tangent de $f(x)$ a $x = c$. (4 punts)

4. Feu un dibuix aproximat de les corbes $y = 3x - x^2$ i $y = x - 3$ i indicau els punts on es tallen (4 punts). Calculau l'àrea del recinte limitat per les dues corbes anteriors (6 punts).



Matemàtiques II

Model 1

OPCIÓ B

1. Calculeu la matriu \mathbf{X} tal que:

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{X} - \mathbf{B}^2 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B},$$

on

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(10 punts)

2. Calculeu el punt simètric del punt $A(-3, 1, -7)$ respecte de la recta $x + 1 = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}$.
(10 punts)

3. Demostreu que existeix un únic valor $x > 0$ solució de l'equació $x^2 - e^{-x} = 0$. (6 punts per l'existència i 4 punts per la unicitat).

4. Calculeu la integral indefinida següent: (10 punts)

$$\int \frac{x-2}{x^2+x} dx$$